

## 朝鮮儒家讀九章—以趙泰耆〈九章問答〉為例

洪萬生

### 摘要

在韓國史上，李朝（1392-1910）時期「儒家明算者」與「中人算學者」之間的互動，堪稱是韓國數學自主發展的獨特風貌。就現有的數學史料來看，在十八世紀初，朝鮮的「中人算學者」代表人物非洪正夏（1684-?）莫屬，至於在「儒家明算者」這一邊，趙泰耆（1660-1723）無疑是一個對比的典型。趙泰耆的《籌算管見》（1718）中有一節〈九章問答〉，不僅是他自己的學算心得告白，同時，也反映了十八世紀初朝鮮「儒家明算者」的數學觀。事實上，趙泰耆出身兩班階級，他在十八世紀初的李朝宮廷頗為活躍，對天文等科技事務也極為關心。如果我們想要具體掌握韓國數學家，在當時的學術文化脈絡中如何研究數學，那麼，趙泰耆的《籌書管見》絕對是不可或缺的文本。

在本文中，我們討論趙泰耆如何看待「九章」此一傳統中算的經典知識，以及因而提出來的數學觀。這種觀點，在李朝實學思潮的激盪下，見證了朝鮮儒家學者所參與的數學知識活動。由於他不僅熟悉傳統中算，也有機會接觸明末清初傳到中國的西算。因此，在本書中，他特別利用〈九章問答〉來督促初學者兼顧算法與算理，至於其深刻關懷，則是他認為貫通「九章」是研讀中國「天元術」與西洋三角學的先備需求，從而得以「權輿博洽群書，融貫而會通焉耳」！更值得注意的，是趙泰耆還認為算學擁有訓練心智與道德實踐的功能。現在，算學仍然切於日用，以其論理特性，它又同時開展出了道德實踐的意義。於是，對於兩班士大夫來說，算學研究的「正當性」，當然無庸置疑了。這或許是趙泰耆留給東亞儒家文化圈中，「算學對比儒學」最有意義的一筆遺產，只是十八世紀之後朝鮮算學家如何繼承，當然還有待我們繼續深入探索了。

**關鍵詞：**趙泰耆，九章，儒家明算者，中人算學者

# How did Chosen Sadaebu Scholars Read the "Kujang"—A case Study of Cho Tae-Koo

Horng Wann-Sheng

## Abstract

Interaction between the "Chungin" (the middle class in between the ruling class and the common people) mathematicians and "Sadaebu" (or "Yangban", the Korean ruling class) scholars who were versed in mathematics in the early 18th century deserves due attention simply because it points to the autonomous development of Korean mathematics in the Chosen dynasty period (1392-1910). The "Chungin" mathematicians were able to preserve their professional status in a closed community thanks to not only family tradition but intermarriage between families of the same class as well. On the other hand, the "Sadaebu" scholars who also knew mathematics well helped to establish the legitimacy of the subject in the context of the "Shihak" (practical learning) school.

In this article, I am going to take Cho Tae-Koo (1660-1723) as an example to demonstrate just how the Chosen "Sadaebu" scholars read the "Kujang" (Nine Chapters on Mathematics), one basic mathematical text transmitted from China. In addition, I also want to explore how his view on the "Kujang" witnessed a due respect to mathematics from the "Sadaebu" circle. By contrasting the studies of mathematics by Cho Tae-Koo and Hong Chong-Ha, a very noted contemporary "Chungin" mathematician, it is also interesting to see how Cho Tae-Koo used his rhetoric of the "Kujang" to promote mathematical study in the context of the "Shilhak" school.

**Key words :** Cho Tae-Koo, Kujang, Sadaebu Mathematician, Chungin Mathematician

# 朝鮮儒家讀九章—以趙泰耆〈九章問答〉為例<sup>\*</sup>

洪萬生<sup>\*\*</sup>

## 壹、前言

在朝鮮李朝（1392-1910）的數學發展過程中，「儒家明算者」與「中人算學者」之間的互動，堪稱是韓國數學自主發展的獨特風貌。近年來，數（科）學史家金容雲，川原秀城與金永植都已經注意到此一非常重要的歷史圖像。<sup>1</sup>事實上，這兩類數學家都各有專書問世，其旨趣容或不同，最終都惠及「東算」之形成，殆無疑問。<sup>2</sup>

在十八世紀初，朝鮮的「中人算學者」代表人物非洪正夏（1684-?）莫屬。筆者已經對

<sup>\*</sup> 本文提交第九屆中國科技史會議（2001年10月9日～12日，香港城市大學）宣讀，承林力娜（Karine Chemla）、馮立升與徐澤林等教授賜教，謹此致謝。此外，也必須感謝主辦單位的盛情接待，以及國科會的旅費補助（計畫編號：NSC 90-2521-S-003-005-）。又2002年5月20日修訂時，參酌了兩位匿名審查人的高見，凡遇有爭議時，則儘可能在相關的註解中說明。無論如何，謝謝他們的賜教，筆者才有機會修訂部份結構，並澄清或強化一些論點。不過，文責當然都歸筆者自己。

<sup>\*\*</sup> 臺灣師範大學數學系教授

<sup>1</sup> 參考川原秀城：〈東算と天元術—十七世紀中期至十八世紀初期の朝鮮數學〉，《朝鮮學報》，第169輯（1998年），頁35-71；Kim Yong Woon, "Pan-paradigm and Korean Mathematics in the Choson Dynasty", *Korea Journal* (March 1986), pp. 25-46; Kim Yun Sik, "Problems and Possibilities in the Study of the History of Korean Science", *Osiris* 13 (1998年), pp.48-79。所謂「儒家明算者」，是指朝鮮李朝通曉算學的士大夫。至於此一稱呼，則可參趙泰耆的《籌書管見》中的「東國明算法」一條，附在趙泰耆自己的「跋文」之後。其中，趙泰耆區別了兩類算家，一類是「儒家」（如崔致遠、李滉、李珥等人），另一類是「術士」（如慶善微）（也請參見本文第二節）。因此，本文所謂的「朝鮮儒家」與「儒家明算者」，正是指第一類算家。至於，「中人算學者」，則是指慶善微一類的術士。慶善微系出中人階級，他的家族系譜請參見川原秀城：〈東算と天元術—十七世紀中期至十八世紀初期の朝鮮數學〉，頁35-71。

<sup>2</sup> 所謂「東算」，是指韓國的本土數學內容，是一個與「和算」（日本本土數學內容）相對應的概念，出自《東算抄》的書名。本書雖然作者不詳，不過，其內容卻有超越傳入中算如《算學啟蒙》（元代朱世傑撰）等書內容之處。事實上，《算學啟蒙》在朝鮮可能先轉化成《東算抄》，再轉化成洪正夏的《九一集》。參考川原秀城：〈東算と天元術—十七世紀中期至十八世紀初期の朝鮮數學〉，頁35-71；或拙文，〈十八世紀初東算與中算的一段對話：洪正夏vs何國柱〉，即將刊於《漢學研究》。

洪正夏的《九一集》進行初步考察，其中也對比同時代的「儒家明算者」趙泰耆（1660-1723）。<sup>3</sup>其實，趙泰耆的《籌算管見》（1718）中有一節〈九章問答〉，是作者自己的學算心得告白，也多少見證了十八世紀初朝鮮「儒家明算者」的數學觀。<sup>4</sup>趙泰耆出身朝鮮李朝兩班階級，他在十八世紀初的李朝宮廷頗為活躍，對天文等科技事務也極為關心。因此，如果我們想要具體掌握十八世紀初韓國數學家，如何在當時的學術文化脈絡中研究數學，趙泰耆的《籌書管見》絕對是不可或缺的文本。

在本文中，我們打算討論趙泰耆如何看待《九章》，以及因而提出來的數學觀。這種觀點，在十七世紀以後李朝實學思潮的激盪下，<sup>5</sup>見證了十八世紀朝鮮儒家學者如何參與數學知識活動。從數學社會史的進路來說，趙泰耆的這一份文本提供了一個絕佳入口，讓我們可以略窺十八世紀初的朝鮮半島上數學與「儒學」的互動關係。於是，在本文中，我們在簡略介紹趙泰耆的生平事蹟（第貳節），與《籌書管見》的內容（第參節）之後，將論述重點擺在〈九章問答〉（第肆節）及趙泰耆在其中所呈現的數學觀（第伍節）。

另一方面，相較於同時代的「中人算學者」洪正夏，趙泰耆對「九章」顯得更加傾心，其原因究竟，還有待深入研究。至於此一對比是否折射了「儒家明算者」vs.「中人算學者」對《九章算術》的不同看法，也是一個值得注意的歷史問題，相信我們對「中人算學者」有系統的了解之後，一定可以獲得更好的觀照才是。<sup>6</sup>

## 貳、趙泰耆生平簡介

<sup>3</sup> 參考拙文，〈十八世紀初東算與中算的一段對話：洪正夏vs.何國柱〉，即將刊於《漢學研究》。

<sup>4</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》（漢城：驪江出版社，1985年），頁125-199。至於本書寫於1718年，則是根據趙泰耆在「跋文」中所稱《戊戌菊秋素軒書》。也參考川原秀城：〈東算と天元術—十七世紀中期至十八世紀初期的朝鮮數學〉，頁35-71。

<sup>5</sup> 十七世紀以後，由於西洋科學知識的傳入，擴大了朝鮮知識份子的知識領域，他們一方面排擠朱子學，一方面追求科學學問的研究。因此，這些實學者不僅成為市民階層思想上得代言人及指導者，同時，「實學者也從常顯文化的獨特性及傳統之中摸索朝鮮人的新價值觀，本著自主的立場，經由朝鮮的古典文獻，及中國、日本等相關文獻中重新理解朝鮮，並藉此重新整理朝鮮之文化價值。」引簡江作：《韓國歷史》（台北：五南出版社，1998年），頁346。也參考蔡茂松：《韓國近世思想文化史》（臺北：東大圖書公司，1995年），頁419-508。

<sup>6</sup> 朝鮮李朝的中人階級有待深入研究，參考Kim Yun Sik, "Problems and Possibilities in the Study of the History of Korean Science", pp.48-79。



趙泰耆（1660-1723）字德叟，號素軒，又號霞谷，楊州人氏。他出身兩班貴族，父親趙師錫（1623-1693）曾擔任右議政。他在肅宗9年（1683）成為生員，並在肅宗12年（1686）別試文科丙科登第。<sup>7</sup>他於肅宗36年（1710）擔任赴清之冬至使，結果，因表咨文所盛櫃在玉田縣夜宿時被偷，遂被罷官：

乙酉，特罷冬至三使臣。冬至使至玉田縣止宿之夜，表咨文所盛櫃見偷，尋得正本而亡其副。禮部議奏請檻車出送，清皇判曰：「朝鮮使臣趙泰耆等，遠路進貢，已到內地，副本被偷，從寬免交該王治罪。」泰耆等還到山海關，馳啟以聞。上下備忘曰：「畢竟雖得無事，此時前所未有之事。若果嚴加戒飭護守，則寧有此患？其辱君命甚矣！正使趙泰耆，副使任舜元，書狀官具萬里罷職。」<sup>8</sup>

趙泰耆在肅宗38年回任工曹判書，後又屢改兵曹判書，禮曹判書與戶曹判書。肅宗43年，他又升任右參贊。景宗即位（1720），他更升任右議政，而成為少論派領袖。後來，他與「少論」同仁為了皇位繼承之黨爭，與「老論」四大臣金昌集，李健命，李頤命，與趙泰采衝突對立，老論一派不是被賜死就是流放，此即所謂「辛壬士禍」。<sup>9</sup>最後，英祖即位（1724），老論派重新掌權，趙泰耆身後甚至被追奪官爵。<sup>10</sup>

根據朝鮮李朝中央政府編制與職責，工、兵、禮與戶曹分別負責「開墾，建築，山川，土壤」、「武官任用，功勳的紀錄」、「衣食，教育，外交，科舉」，與「戶口調查，稅金，礦產」等相關業務。同時，戶曹更管轄了中人算學者的教育養成機關。<sup>11</sup>這可以解釋何以趙泰耆關心科技事務。<sup>12</sup>請參見肅宗39年（1713）他在宮廷中的兩段「奏言」：

<sup>7</sup> 參考川原秀城：〈東算と天元術—十七世紀中期至十八世紀初期の朝鮮數學〉，頁35-71。又「別試亦名重試，國有慶事，則每十年一次為堂下官重考之考試。」引蔡茂松（1995年），頁227-228。

<sup>8</sup> 引吳晗輯：《朝鮮李朝實錄中的中國史料(十)》（北京：中華書局，1980年），頁4258。

<sup>9</sup> 參考簡江作：《韓國歷史》，頁336。

<sup>10</sup> 參考川原秀城：〈東算と天元術—十七世紀中期至十八世紀初期の朝鮮數學〉，頁35-71。

<sup>11</sup> 簡江作：《韓國歷史》，頁249、254。有關朝鮮數學人才養成教育，應以李朝世宗（1418-1450在位）時期建制最為完備。根據《李朝世祖實錄》世祖六年（1460）六月辛酉條記載：「世宗，概念立法之未明，博求曆算之書，幸得大明曆、回回曆、授時曆通軌及啟蒙、楊輝全集、捷用九章等書。然書雲觀、習算局算學重監等，無一人知之者。於是，別置算法校正所，命文臣三四人及算學人等，先習算法，然後推求曆法，數年之內，算書與曆理，皆能通曉。然又慮未傳後世，又設曆算所，訓導三人，學官十人，算書曆經，常時習熟，每日置簿，每旬取才，考其勤慢，獎懲鍊業，故知算法者，相繼而出。」

<sup>12</sup> 根據李成茂研究，東（文）班京官常兼官署之都提調、提調或副提調，以指揮監督事務。「提調自非常設的正職只是在有事時任事，在行政體系上雖有例兼的情形，但一般大都由堂上官中選擇適合者使

（七月）乙亥，引見大臣備局諸臣。泰考曰：「五官司曆出來時，許遠學得儀器算法，仍令隨往義州，盡學其術矣。儀器之用有《儀象志》、《黃赤正球》等冊，算書及此等冊使之刊布，儀器亦令造成。而司曆又言，爾國所無書冊器械，當歸奏密給云，日後使行，許遠使之隨往好矣！」上允之。<sup>13</sup>

（九月）壬戌，知事趙泰考奏言：「許遠曾以隨使行入送事稟定，而儀器未及造成，且其自義州所學來算法，未盡解出，今行有難入送。姑使遠先以筆墨紙扇等物事問司曆，至其日後請教之意，而從後入送，似好。」上可之。<sup>14</sup>

按當時，清朝欽天監五官司曆何國柱正在漢城訪問，而且與李朝「中人算學者」洪正夏與劉壽錫有過一場精彩的「東算」與「中算」之對話。<sup>15</sup>至於許遠應是觀象監之官員，他與趙泰考的關係待查。無論如何，趙泰考對他同時代的朝鮮數學家應該極為熟悉才是，譬如他在《籌書管見》書末，就列舉了所謂東國明算法者如崔致遠、南忠景、黃喜、徐花潭、李退溪、李栗谷、金始振、任濬、朴縝、慶善徵（1616-?）以及崔錫鼎等人。<sup>16</sup>至於趙泰考所熟悉的中國算書，就包括了在世宗朝時盛極一時的《楊輝算法》與《算學啟蒙》，請徵之於金始振的〈重刊算學啟蒙序〉（1660）：

余少也嘗留意算學，而東國所傳不過詳明等書，淺近之法如九章、六觚微妙之術鮮有解者，無可質問。歲丁酉（1657）居憂抱病無外事，適得抄本楊輝算書於今金溝縣令鄭君濬。又得國初印本《算學啟蒙》於地部會士慶善徵。<sup>17</sup>

可見，曾經在世宗朝被高度重視的《楊輝算法》與《算學啟蒙》，<sup>18</sup>從1660年開始，又有了廣泛的流傳，而這對於十七世紀之後的朝鮮數學，當然影響深遠，慶善徵的《默思集算法》，洪正夏的《九一集》與趙泰考的《籌書管見》都是極清楚的例證。此外

其兼任。」參考李成茂：《朝鮮初期兩班研究》（臺北：中華民國韓國研究學會，1996年），頁178-179。

<sup>13</sup> 引吳晗輯：《朝鮮李朝實錄中的中國史料(十)》，頁4321。

<sup>14</sup> 同前註。

<sup>15</sup> 參考拙文〈十八世紀東算與中算的一段對話：洪正夏vs.何國柱〉。

<sup>16</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁197。

<sup>17</sup> 引自朱世傑：《算學啟蒙》（1871年），據羅士琳校勘揚州刻本，同治十年江南機器局影寫重刊。

<sup>18</sup> 李朝世宗時期的「算學取才之經書諸藝數目」，根據《世宗實錄》卷四十七（世宗十二年三月戊午，1430年）的記載，就包括了高麗時代的〈九章算術〉、〈綴術〉、〈三開〉與〈謝家〉，以及〈詳明算法〉、〈算學啟蒙〉、〈楊輝算法〉，〈五曹算經〉與〈地算〉。請參考川原秀城：〈東算と天元術—十七世紀中期至十八世紀初期の朝鮮數學〉。

，上述引文所謂「詳明」，應是指元代安止齊所撰《詳明算法》，趙泰奇熟悉此書當無疑問，因為他的《籌書管見》中的「因法」演算程序幾乎與前書一致，請參看本文下一節的說明。

在《籌書管見》所列舉的數學家中，除了慶善徵為一「術士」之外，其他都與趙泰奇同時擁有「儒家明算者」之身分。顯然，在「東國明算法」這一條中，趙泰奇刻意區別了「儒家」與「術士」。這種對算家身份、地位的察覺，當然也反映在趙泰奇的《籌書管見》之跋文中，我們將在本文第伍節中再深入討論。

### 叁、《籌書管見》的內容簡介

《籌書管見》是一本寫本，此一書名見諸於第一節〈數名〉前的首頁第一行。<sup>19</sup>在首頁之前，則有〈目錄〉，其中列出了不分章的三十七節。前二十四個依序是〈數名〉，〈布籌口訣〉，〈九歸口訣〉，〈歸除訣〉，〈斤下留兩法〉，〈解卜法〉，〈正負訣〉，〈勾股名義〉，〈雜法〉，〈乘除總論〉，〈定位法〉，〈步乘法〉，〈開方定商法〉，〈因法〉，〈加法〉，〈乘法〉，〈九歸法〉，〈減法〉，〈歸除法〉，〈步乘〉，〈商除〉，〈異乘同除〉，〈同乘異除〉，〈之分論〉，以及〈四率法〉。<sup>20</sup>

這二十四節內容主要涉及運算口訣，名詞定義、規約與算（法）則之說明。譬如〈布籌口訣〉：

一縱十衡百立千僵 千十相併萬百相望滿六以上五在上方

六不積聚五不單張 言十過身不滿自當 若明此訣可習九章<sup>21</sup>

可見，趙泰奇撰寫此書的目的，在於幫助讀者研讀《九章算術》或其相關內容。<sup>22</sup>〈勾

<sup>19</sup> 見金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁5。在〈目錄〉之前，有一頁文字涉及一些度量衡之數字，由於缺乏上下文，故無法解讀。不過，由此或可證明此一寫本（現藏於漢城大圖書館，首頁見附圖），尚未準備出版問世。

<sup>20</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁34。

<sup>21</sup> 同前註，頁7。又此一口訣幾乎等同於中國元代朱世傑的《算學啟蒙》中的「明縱橫訣」，見朱世傑：《算學啟蒙》，收入靖玉樹編勘，《中國歷代算學集成》（濟南：山東人民出版社，1994），頁1316-1384。

<sup>22</sup> 趙泰奇究竟從哪些中算著作瞭解「九章」，還有待研究。

股名義〉一節介紹與勾股問題有關的數學名詞之約定。<sup>23</sup>〈雜法〉一節列舉了如圓周率等近似值的約定，值得注意的是，趙泰奇除了「徑一周三」與「徽率」外，也給出了中國南北朝數學家祖沖之的「密率：徑七、周二十二」與「密後率：徑百十三、周三百五十五」，後者在當時中國算書幾乎不曾出現。<sup>24</sup>

另一方面，趙泰奇也利用〈乘除總論〉這一節來突顯「乘除」的重要性：

乘有三法，曰因，曰加，曰 $\div$ 。除有三法，曰歸，曰減，曰歸除。又有步乘、商除二法，步乘、兼因、加乘三法。商除、兼歸、減除三法。

因法已九歸還原；九歸以因法還原；加法以減法還原；減法以加法還原；乘法以歸除還原；歸除以乘法還原。<sup>25</sup>

同時，他還指出「乘法從實數尾位籌起，除法從實數首位籌起。」<sup>26</sup>此一運算規約及其用以說明其解法的例題，都極其類似安止齋的《詳明算法》，<sup>27</sup>因此，趙泰奇可能熟悉此一中國元代算學著作。

隨後緊接著的〈定位法〉、〈步乘訣〉與〈開方定商法〉，顯然也是意在強調乘除的重要性。其實，趙泰奇在全書所提供的的最先的兩個例題，就是為〈因法〉這一節所設，同時，他也提供了「依圖布籌」之演算過程。<sup>28</sup>同樣地，他在隨後的〈加法〉、〈乘法〉、〈九歸法〉、〈減法〉、〈歸除法〉、〈步乘〉與〈商除〉中，也都用類似的「依圖布籌」方式，

<sup>23</sup> 〈勾股名義〉見金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁11。又此一名詞定義欄也出現在楊輝《詳解九章算法》，見郭書春主編：《中國科學技術典籍通匯·數學卷一》（濟南：河南教育出版社，1993），頁974。

<sup>24</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁11-12。清代數學家注意到祖沖之在這一方面的貢獻，可能要等到乾嘉學派的錢大昕與李銳師徒了。請參看拙文，〈乾嘉學活EP圓徑周率〉，收入洪萬生：《孔子與數學》（臺北：明文書局，1999年），頁51-60。

<sup>25</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁12-13。

<sup>26</sup> 在《詳明算法》問世之前，中國籌算的乘除運算法似乎都以《孫子算經》的規約為準，則請參考李儼、杜石然：《中國古代數學簡史》（香港：商務印書館，1976年），頁18-21。

<sup>27</sup> 《籌書管見》中的〈因法〉第一題內容如下：「今有錢二百三十五兩五錢，每兩糴米二斗，問總米？」其「術曰」則「依圖布籌」並「呼二五十變」開始。見金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁15。至於在《詳明算法》中，安止齋則在〈因法〉此一節銜下即說明「從末位小數算起」。他的例子如下：「今有米二百七十八石六斗，糴之，設令每石價鈔二兩，問該鈔幾何？」其「法曰」則是「置都米數，以每石價鈔因之，今列布算之方於後」，其中「布算之方」與趙泰奇的「依圖布籌」實質相同。後者見靖玉樹：《中國歷代算學集成》（濟南：山東人民出版社，1994年），頁1578。

<sup>28</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁15-16。

處理了總共十八個例題。<sup>29</sup>這很有可能是趙泰奇的獨特手法—以算籌圖示解題，很值得我們好好地注意。

在進入「九章」之前，還有幾節涉及比例算法與分數理論，他們依序是〈異乘同除〉、〈同乘異除〉、〈之分論〉與〈四率法〉。前兩節之例題分別有9與3題。至於〈之分論〉之例題，則是為了說明分數的理論而設，而摻雜於論述之中，但未曾明白標出。<sup>30</sup>類似的情況，也見之於〈四率法〉這一節中。只是，趙泰奇既然指出「四率者，異乘同除之法理者也」，何以另列「四率法」為一解呢？看來，他認為「四率法」「有比例，有互視、有合率，皆以二率、三率相乘，而已一率除之，則得四率也」，可能遠較「異乘同除」、「同乘異除」來得重要才是。<sup>31</sup>

《籌書管見》最後十三節，依序為〈九章名義〉，〈方田〉(24)，〈粟布〉(24)，〈衰分〉(11)，〈少廣〉(27)，〈商功〉(31)，〈均輸〉(7)，〈盈朒〉(10)，〈方程〉(10)，〈勾股〉(18)以及〈九章問答〉，則是全書的主體部分。上述各節之後括號內之阿拉伯數字表示題數。由於這九章總題數162遠少於中國《九章算術》，<sup>32</sup>所以，作者所選擇的題目，一定有其特殊考量。下文就先逐一簡介各章內容大要。

在「方田」章所包括的24個面積計算題中，第1、2題為「方田」（按即正方形）；第3、4、5與6題分別為「直田」（長方形），「勾股田」，「圭田」與「梯田」；第7-9為「圓田」；第10、11題為分別為「弧矢田」，「眉田」；第12-14為「環田」；第15-16為「三廣田」；第17、18題分別為「兩勾股相併田」，「兩圭相併田」；第20-24題則是關於面積計算涉及分數者。針對上述前十二類題目，趙泰奇都分別給了圖形。<sup>33</sup>同時，他也針對「勾股田」，「圭田」與「梯田」的面積公式，各自給出了多個「以盈補虛」的證明方法。<sup>34</sup>

「粟布」與「衰分」章分別有24、11題，其中有一些佈題方式與朝鮮本土脈絡有關。譬如說吧，在一方面，「粟布」章已經不再納入中國舊九章「粟米」章中各種糧食比例交換題目；<sup>35</sup>另一方面，同一章第7題的「術曰」中運用了「東國田制自方五尺為一步」的規約。

<sup>29</sup> 同前註，頁16-29。

<sup>30</sup> 同前註，頁33-39。

<sup>31</sup> 同前註，頁39-43。

<sup>32</sup> 《九章算術》共有246個問題。參考郭書春：《九章算術》（瀋陽：遼寧教育出版社，1998年）。

<sup>33</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁43-49。

<sup>34</sup> 同前註，頁45-46。

<sup>35</sup> 參考郭書春：《九章算術》，頁233-246。

<sup>36</sup>此外，另有一些題目如「粟布」第6題，則運用了未見於中國舊九章的「斤下留兩」口訣。<sup>37</sup>還有，「衰分」章第11題「竹九節」，應該是《九章算術》「均輸」章的問題。<sup>38</sup>

「少廣」章的內容與其題名下之註解「即開方法」完全相符。<sup>39</sup>全章共有27題，其中第1-10題利用開平方法求解；第11-15題利用開帶縱平方法求解；第16-22題利用開立方法求解；第23-25題利用開帶縱力方法；第26、27題分別需要開四次方根與開五次方根。值得注意的，是在開平法與開立方法的「術曰」中，趙泰耆分別都提供了「依圖布籌」，同時，也呼應了前文中的「開方定商法」。<sup>40</sup>

「商功」章共有31題，前19題都與中國《九章算術》「商功」題類似，後12題則是關於「堆積（垛）法」方面的問題。後者的有一些問題涉及了開帶縱平方（如第23、25題），開帶縱立方（如第30、31題）。<sup>41</sup>相對於「商功」章的龐雜內容，「均輸」章只有7題，其中包括了中國《九章算術》「商功」章的傳統題型如第1題，至於第6題「三女寧親」之題型，原載於中國《孫子算經》，趙泰耆何以編入此章，值得討論。<sup>42</sup>「盈朒」題也只有10題，不過，趙泰耆在「術曰」中，又恢復「依圖布籌」之方式。<sup>43</sup>同樣的手法，也見之於10個題目的「方經」章，其中在解題必要時，當然會利用前文的「正負訣」。<sup>44</sup>

「勾股」章共有18題，在其中趙泰耆並不特別青睞中國《九章算術》中的「勾股」問題，反倒增加了好幾個如「已知股與勾弦較，求弦與勾之類的問題」（題5），立一表、立二表三角測量問題（如題15、16），以及已知直角三角形三邊長，求其面積之問題（題17、18）。值得注意的是，本章也附錄了幾個圖形，其中最後四題之附圖還相當複雜精準。<sup>45</sup>可是

<sup>36</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁43。

<sup>37</sup> 同前註，頁10，53。

<sup>38</sup> 同前註，頁61。參考郭書春：《九章算術》，頁365-366。

<sup>39</sup> 《九章算術》〈少廣〉章包括了一些非開方問題如：已知長方形面積及一邊長，求另一邊。參考郭書春：《九章算術》，頁259-265。

<sup>40</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁14，74-76。此一布籌開方圖示十分珍貴，因為在中國古代數學文本中，我們找不到類似的例證。

<sup>41</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁89-92。

<sup>42</sup> 同前註，頁95。在後文的〈九章問答〉第43條中，趙泰耆說明了解法，但是並未指出此一問題與「均輸」之關係何在。

<sup>43</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁95-101。

<sup>44</sup> 同前註，頁11，101-112。

<sup>45</sup> 同前註，頁116-119。

，作者竟然未提供「勾股定理」之圖形證明，實在令人不解。

相較於中國《九章算術》的內容或題型，《籌書管見》九章的涵蓋範圍，當然有相當大的差距。首先，在《籌書管見》「少廣」章中，第26、27題分別是開三乘方與四乘方題，顯然逸出《九章算術》「少廣」僅止於開立方的限制了。此外，在「商功」章中，作者也附錄了「堆積法」（堆垛問題的解法），顯然也是前述九章體例之外的算學知識分類方式。由於明代吳敬《九章詳註比類算法大全》之相關處理亦如是，因此，此書是否曾傳入朝鮮並進一步關聯到趙泰奇，值得研究。<sup>46</sup>其次，在《籌書管見》「勾股」章中，第10題附有「歌訣」，第15題附有「解曰」，第16題「隔海望山」引「楊輝曰」，都未見於《九章算術》「勾股」章，它們可能源自《楊輝算法》。<sup>47</sup>

儘管如此，趙泰奇的選題方面的考慮，當然與《籌書管見》最後一節〈九章問答〉息息相關。〈九章問答〉誠然是《籌書管見》的主體部分，因為它佔了全書199頁的73頁。不過，此一問答的意義，絕不只是篇幅的長度而已，更重要的，則是趙泰奇在其中所呈現的算學論述。這是本文下一節的討論重點。

## 肆、〈九章問答〉中的算學論述

〈九章問答〉共有六十條，以自問自答形式呈現，其內容乃是針對前述九章問題的解法，提出說明或評論，頗能反映趙泰奇的數學素養。按出現順序，第一則說明「九章名義」；第二～十二條討論範圍為「方田」；第十三～十七條是關於「粟布」與「衰分」；第十八～二十七條是關於「少廣」；第二十八～三十九條是關於「商功」；第四十～四十三條是關於「均輸」；第四十四～四十八條是關於「盈朒」；第四十九條為「方程」；第五十～五十七條是關於「勾股」。在第五十八、五十九條中，趙泰奇提出了他

<sup>46</sup> 根據梅榮照與李兆華，「自沈括創隙積術，楊輝《詳解九章算法》以堆垛比附體積，遂有以垛積歸入商功者。吳敬《九章詳註比類算法大全》卷五將束法、堆垛統歸商功。」引梅榮照、李兆華：《算法統宗校釋》（臺北：九章出版社，1992年），頁629。另吳敬前引書卷五，請參看靖玉樹：《中國科學技術典籍通匯·數學卷一》，頁1901-1902。

<sup>47</sup> 《籌書管見》〈勾股〉第15題與楊輝《續古摘奇算法》之「遙望木竿」3題相同。後者收入《楊輝算法》（本書含〈乘除通變本末〉，〈田畝比類乘除捷法〉與〈續古摘奇算法〉），見郭書春：《中國科學技術典籍通匯·數學卷一》，頁1113-1116。



的總結說明與著述動機。第六十條的題名為「題太乙真人蓮花圖 韓子倉」，與數學顯然無涉，不知何故納入本書？<sup>48</sup>

由於本節篇幅相當長，為方便論述，特別拆成五個小節論述。第肆節第一小節討論「方田」，是有關面積的計算，以及相關公式的論證。第肆節第二小節內容是「粟布」、「衰分」與「少廣」。第肆節第三小節針對「商功」、「均輸」、「盈朒」與「方程」。第肆節第四小節專論「勾股」。最後一小節，則總結本節之討論，說明趙泰耆〈九章問答〉之重點。至於上述分小節敘述，但依「九章」順序，而非知識結構整理，則是為了符合趙泰耆的論述習慣，而採取的權宜之計。

## 一、「方田」

本小節先對前十二條內容，提供簡要說明。第一條開宗明義，回答了：「或問九章之名可得而聞其義歟？」其中關於「少廣」之釋義：「少廣者，開方之法也，所以截其廣而補其少，而取其方也」，<sup>49</sup>倒是限定了「少廣」的意涵，不過，出處則待查。此外，顯然得力於籌算操作之便，趙泰耆將「方程」解讀成：

方程者，言其布籌有方位定式也。如問二色而則二位而二行。三色則三位而三行。正負加減，左右消息，得其所求之數於雜糅之中也。<sup>50</sup>

第二、三條問答介紹尺度與面積單位，其中第二條也順便解釋「線」，「面」之意義：

凡以尺度物者，不論廣狹而只論其長之一邊，則因以十寸為尺，十分為寸矣！此西士所謂線也。及其以廣乘長而為積，則曰尺曰寸者，皆成方畧之形。所謂一尺者，乃自方一尺之形與一邊之論尺者不同矣。即西士所謂面也。<sup>51</sup>

在上述引文中，趙泰耆所謂的「西士」是指哪一本著作，則需要進一步求證。至於第三

<sup>48</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁194-195。本書也抄錄了其他看來與上下文無法連貫的材料，譬如金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁2，197-199，因此，應該尚未有出版的打算。

<sup>49</sup> 同前註，頁126。

<sup>50</sup> 同前註，頁126-127。所謂「方程」，相當於今日聯立一次方程組之列式，「言其布籌有方位定式也。」至於二色，即指二元，三色指三元等等。有關「方程術」，可以參考郭書春：《九章算術》，頁400-443。

<sup>51</sup> 同前註，頁127。

條，則說明今尺與古尺之互換。<sup>52</sup>

第四～八條問答論及圓面積計算與圓周率的關係。第四條「問：圓形求積，其法不一，而所得之積皆同，何也？」趙泰奇強調「法雖殊，而理則一也。」因為：

夫其徑自？，三之，四而一者。凡求圓積者，必以方積而準之。方面與圓徑適等，則圓積為方積四分之三也。故徑自？為方積，仍三其方積，而四分之，則為圓積也。其餘諸法，皆自此而推之。<sup>53</sup>

在此一脈絡中，趙泰奇提供了嚴密有效的論證，為「法殊理一」做了最佳註腳。<sup>54</sup>事實上，這種論證的進路，在這一部份內容中一再出現。譬如說吧，在第四條最後，趙泰奇也論及弧矢求積之術之法理。在第五條中，趙泰奇緊接著討論這些圓面積公式是否「合於真數而無毫釐之差耶」。在此，他也訴諸一般儒家學者的修辭（rhetoric）：「方者靜以法也，故其數一定而易見；圓者動而象天，故其數變動而難求，此亦理之常也。」<sup>55</sup>不過，他並沒有忘記「今且以徑圍論之」，最後，他歸結說：「徑一圍三，既未得為極至之法，則以此求積，豈亦能無毫釐之差乎？」<sup>56</sup>

基於此，趙泰奇在第六條問答中，舉例說明討論「徽率」（157/50），「密率」（22/7）「密後率」（355/113）之「孰疏孰密」，然後提出他的評論：

曰：沖之既為後率，則何為並存則率，使後人眩於所從也？

曰：後率之為法雖精，其子母頗煩，非簡要之法，故前率施於常用，後率惟於曆法用之，此可見古人用意之周矣。<sup>57</sup>

不過，他也注意到：「沖之後率比古固精矣！今以割圓之法求之，則而猶有奇零而未為定數。」所以，在第七條問答中，他轉而討論「割圓之法」。

「何謂割圓之法？」趙泰奇乃是利用「弦上之矢」來割圓：

如圓內容方，則方之四面各有弧矢之形，於是，以面為弦以求弦上之矢。仍以其矢為勾，半面為股，用勾股求弦之法，則一面之上成兩個勾股，而亦得兩個斜弦矣！然則

<sup>52</sup> 同前註，頁128。

<sup>53</sup> 同前註，頁128-129。

<sup>54</sup> 此處所謂嚴密而有效，是指趙泰奇利用了邏輯上有效的（valid）推論，而證明了「其徑自藥，三之，四而一者。」此一推論能力，不一定與下文提及的「圓面積公式」之證明有關！

<sup>55</sup> 同前註，頁130。

<sup>56</sup> 同前註，頁131。

<sup>57</sup> 同前註，頁132-133。

四個之上，凡得八個斜弦，為八角之方形。而方形之上，又有八個弧矢，更用求矢求弦之法，以成十六角之形。自十六而三十二，自三十二而六十四，推而極之於百千萬億，以至無矢之可求，則其所得之弦亦極小極短，而弦之直者與弧之彎者同線矣！若是，則圓內方形即成全圓之體，而方面之合，即為圓周矣！方體之積，即為圓積矣！此所謂割圓之法也。<sup>58</sup>

這種手法完全不同於中國魏晉劉徽的「割圓術」。<sup>59</sup>不過，儘管趙泰苛也指出「徑一圍三云者，祇得其六角之方圍而已也」，然而，嚴格說來，趙泰苛並沒有證明圓面積公式。<sup>60</sup>事實上，他在緊接著的第八條問答中，也只是說明：「徽密諸率其求周既不同，則其所以求積者，亦必各有法矣！」也就是說，他以二尺之徑為例，在已知徽率，密率以及密後率的情況下，來說明「求周之法」，「以徑求積法」，以及「以周求積法」。<sup>61</sup>比較奇特的，是他將「方容圓、圓容方」的面積比之討論，擺在第十二條問答之中。<sup>62</sup>

第九～十一條問答分別為「方五斜七、正六面七」，「三廣求積」，與「八角六角」等田畝形段面積之相關問題。在第九則中，趙泰苛首先指出：「徑圍之說，既聞究竟之論矣！若所謂方五斜七、正六面七者，亦可聞其得失歟？」然後回答說：「此亦未備之法也。夫方五則斜七有餘，斜七則方五不足；正六則面七不足，面七則正六有餘。試做方斜圖以明之。」<sup>63</sup>在論述最後，趙泰苛歸結說：「此不過徽率求圓之依樣耳，未足為奇也。」在第十條問答中，趙泰苛針對「三廣田」面積公式提供證明，他的策略乃是舉實例來說理。<sup>64</sup>

<sup>58</sup> 同前註，頁133-134。由於引文稍長，有必要在此提供簡要解釋。趙泰苛利用圓內接正方形作為逼近圓形的起點。其次，他在此正方形的邊（可是如圓之弦）之中點上，各作一個「矢」（亦即：「弦上之矢」），從而可以作出兩個勾股形以及其斜弦。如此一來，「四面之上，凡得八個斜弦，為八角之方形」（亦即：圓內接正八邊形）。依此類推，可以從八而十六、十六而三十二、三十二而六十四，「推而極之於百千萬億，以至於無矢之可求，則其所得之弦亦極小極短，而弦之直者與弦之彎者，同線矣！」既然如此，圓內接正多邊形「即成全圓之體」，而它的邊合起來「即為圓周矣！」

<sup>59</sup> 參考郭書春：《九章算術》，頁212-226。按劉徽乃是利用圓內接正六邊形，作為逼近的起點。而且，他在實際「割圓」計算圓周率近似值之前，先證明了「圓面積等於半周乘半徑」。

<sup>60</sup> 趙泰苛何以略過如此重要的論證？我們目前無從得知，儘管他在第四條也轉述了「九章」中的圓面積正確公式。

<sup>61</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁135-138。

<sup>62</sup> 同前註，頁143。

<sup>63</sup> 其中所謂「正六面七」，是指正三角形邊長為七，其高為六有餘之論述。參考同前註，頁141-143。

<sup>64</sup> 同前註，頁139-140。

第十一條問答值得注意的原因，乃是趙泰奇對朱世傑的評論。請先看趙泰奇的陳述：

問：田畝形段有八角六角者，欲求其積，將用何術耶？

曰：此愚所嘗述□，而未得其術者也。八角之法，見於朱氏啟蒙矣！其法以六面為長，二面為闊，長闊相乘為實，以二個四分半為法，除實得積。今以八角之形部分而計，其積則與朱氏所求之積不合。其積既不合於真數，則其法之未積可知也。以圖明之。<sup>65</sup>

接著，趙泰奇便依據「八角求積之圖」，來證明朱世傑「八角之法求積」與「方五斜七求積」兩者之疏！<sup>66</sup>

## 二、「粟布」、「衰分」與「少廣」

在第十三條問答中，趙泰奇針對「粟布」章中的第20、21、22題的比例算法提供一個「同一法理」的說明，並指出它們是「數書所謂就物抽介法也」。<sup>67</sup>

相對於上一條，趙泰奇利用在十四到十七則問答中，則利用較長篇幅來說明「衰分」算法之依據。譬如說吧，在第十四條中，趙泰奇以「雞兔同籠」之「法理」來解釋「數書中所謂合和差分」，它甚至於提供了一個「雞兔共足之圖」，來強化說明的效果。<sup>68</sup>而在第十七條中，趙泰奇針對「衰分」第10題「八人差等分錢」也提供了「五差半圖」來「圖其形而曉之」。<sup>69</sup>在本則最後，他也同時對「衰分」第11題的解法，提供了說明。

關於開平方根與開立方根方法，趙泰奇提出了第十八～二十七等十條問答來進行解釋，作者利用了「立方全圖」、「餘積圖」、「初商去積之圖」、「次商除積之圖」、「去三面

<sup>65</sup> 同前註，頁140-141。□應補一字，但原文無法辨認。

<sup>66</sup> 同前註。

<sup>67</sup> 同前註，頁14。按《詳明算法》中也有〈就物抽分〉一節，所舉例題也類似，見靖玉樹：《中國科學技術典籍通匯·數學卷一》，頁1597。

<sup>68</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁145。按《詳明算法》中也有〈和合差分〉一節，見靖玉樹：《中國科學技術典籍通匯·數學卷一》，頁1605。

<sup>69</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁149。所謂「八人差等分錢」之問題為本章第10題，其內容如下：「今有八人差等分錢，只云甲乙共七十七文，己庚辛共六十六文，問幾人幾文？」，見同前註，頁64-65。

<sup>70</sup> 同前註，頁151-152。

餘積圖」以及「三廉一隅之圖」等六個立體圖形，來解釋「開立方術」。<sup>70</sup>這些立體圖來源為何，相當值得深入探索。

不過，圖形並不是非用不可。一旦趙泰耆認為文字說理已經足夠時，他顯然就不訴諸圖形。譬如第二十條「開平方又有帶從方之術」，針對問題：「所謂從方者是何名義？而方法則倍之，從方則不倍之者又何也？」<sup>71</sup>趙泰耆的解釋非常合理，值得引述如下：

曰：此開直形之法也！夫直形之不可用開方者，以其長闊不相等耳。若截其長之多於闊者，則可用開方而得闊矣！故以其所多之數為從方，併入方法而除實，則除之之際所多之積亦與之偕減，而不患乎不得方矣！以其附於方法而為用，故謂之從方也。方法附於面之二邊，故倍之；從方只附於一面，故不信之也。<sup>72</sup>

緊接著，趙泰耆又指出：「知此則又可知減從之法也」，換句話說，他也同時說明了「開平方代減從之法」。<sup>73</sup>

第二十一條問答乃是針對「少廣」章第13-15題而設，在此趙泰耆利用了「和自減四積之圖」以說明如下問題之解法：已知長方形之面積與長闊和，求長闊。<sup>74</sup>第二十二、二十三條問答，則是分別針對同章之第12、11題，限於篇幅此處從略。<sup>75</sup>

其實，在這一部份的內容中，比較重要的還有第二十四、二十五條的「開方不盡之命分」、第二十六條的「開立直積」以及第二十七條的「開三乘方、四乘方」。其中第二十六條問答的對象是〈少廣〉章的題23、24、25，由於只涉及算法的解說，此處不贅。<sup>76</sup>現在，先看趙泰耆所提出來「開方不盡的命分」問題：「開方命分之法，其意何居？」他以150開平方根取近似值為例，說明  $150 = 12 + \frac{6}{25}$  的分數部分如何「命分」得來。<sup>77</sup>此外，他也給出開立方不盡的命分方法之說明。顯然由於「開方不盡」，所以，趙泰耆才會下結論說：「開方

<sup>71</sup> 同前註，頁151。

<sup>72</sup> 同前註，頁151-152。

<sup>73</sup> 同前註，頁153。

<sup>74</sup> 同前註，頁153-154。

<sup>75</sup> 同前註，頁154-156。第二十二條討論本章第12題：已知大，中，小三個正方形之面積分別為 $a^2$ ， $b^2$ ， $c^2$ ，又知 $a-b$ ， $b-c$ ，求 $a$ ， $b$ ， $c$ 之值。至於第二十三條，則是針對本章第11題之「方圖共積」問題，目的在說明何以以175為「隅」法。

<sup>76</sup> 同前註，頁158。

<sup>77</sup> 如將平方根逼近公式寫成： $\sqrt{a^2+2} = a + \frac{r}{2a+1}$ ，則此處趙泰耆以 $a^2+r=12^2+6$ 為例，試圖說明 $(a + \frac{r}{2a+1})^2$ 與 $a^2+r$ 之差中的分子 $(2a+1-r)r$ 從何得來。同前註，頁157。

命分法之不得已者也」。<sup>78</sup>同理，在第二十五條中，趙泰希利用上例，說明如何以「方面還原」被開（平）方數，不過，他承認「其分母子相減，餘乘分子之法，有不可曉其所以然之故也」。<sup>79</sup>關於「立面還原」，他也坦陳：「愚嘗求之，而未得其術，豈古有之，而我未之見耶？」<sup>80</sup>

第二十七條是關於開四次以上方根的說明。由於這些情況已無幾何圖形可以憑仗，所以，趙泰希深知「推理」十分重要，請參看以下引文：

問：平方者，一面之方也；立方者，六面之方也。若所謂三乘方、四乘方者，果是何計形段耶？

曰：無其形也！

曰：既無形矣，又何籌乎？

曰：雖無其形，固有其數，斯可籌矣！……平積、立積有形可見，而三乘、四乘，不成乎形矣。然以其方面乘之者，雖至十百，而莫之能禦矣！所以，無其形而有其數也。既有其數，乃可以反歸原得其方面，此三乘、四乘之所以不可闕者也。<sup>81</sup>

### 三、「商功」、「均輸」、「盈朒」與「方程」

第二十八～三十九等十二條都是關於〈商功〉章的問答。第二十八條是針對本章題3而設問答，此一問題與中國《九章算術》「商功」無涉，不過，趙泰希倒是指出它與「河邊洗碗之術同一則也」。<sup>82</sup>至於第三十三條問答，則是針對本章第14-17等題，都屬於中國《九章算術》「商功」章中的「聚粟」問題，涉及圓錐體及其四分之一、四分之三之計算。<sup>83</sup>第二十九、三十、三十一、三十二、三十四、三十五條分別「說明」「方臺求積」、「方錐求積」、「圓錐求積」、「方柱作圓錐或圓柱作方錐」、「立圓求積」以及「立圓用徽率、密率而求積」之相關公式。<sup>84</sup>另一方面，在第三十四條中，趙泰希還特別提出一個新問題：「若

<sup>78</sup> 同前註。

<sup>79</sup> 同前註。

<sup>80</sup> 同前註，頁157-158。

<sup>81</sup> 同前註，頁158-159。

<sup>82</sup> 同前註，頁159-161。

<sup>83</sup> 同前註，頁163-164。關於《九章算術》〈商功〉章的相關問題，參考郭書春：《九章算術》，頁326-331。

<sup>84</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁161-168。所謂「以方柱作圓錐」，是指從一正方

求立圓容方，則其積當如何？」他發現：「古人無言之者」，於是，經過一番舉例論述之後，他以「斜剖立方佈置之圖」，來說明正立方體之對角線「乃可以當圓徑也」。<sup>85</sup>在第三十六～三十九條中，趙泰考討論「商功」章中所附的「堆積法」。其中第三十九條「問：三角、四角果垛之法，是何術耶？」趙泰考承認：「此法愚有不能曉者，是必古人先知其積，而後為法而合乎積也！」<sup>86</sup>

第四十～四十三條問答針對「均輸」章，其中第2-4題都是「行道載重」題。在第四十一條中，趙泰考以「四率合率之法」來統合這三個看似「雜糅無章」的方法。其實，他發現：「第一問比例之法也……第二問一用比例、一用互視，而合之也……第三問亦用此法也」，於是「其條理段落則井然矣！」<sup>87</sup>

第四十四～四十八條問答針對「盈朒」章的問題而設。首先，趙泰考為「盈朒之說」提供了一個「得聞其詳」的說明：

此法之至巧者也！夫人分物，而人與物數之隱矣！獨所分之數與其或盈或不足者，為可求之緒。盈不足者，物之差也，而物之有差生於人，故以物之差為人之實也。母互乘子者，以每人之物乘人實也。然必以分母相減之較除之，然後其數乃真，蓋分母之差，盈不足之根也。<sup>88</sup>

此外，在第四十六條中，他也針對「疊數盈朒」（本章題9）與「子母盈朒」（本章題7）之「不同」提出評論：「二法雖殊，可以通用，非各自為法，而不可以相入也。愚於前條之末，亦以此法論之矣！故以疊數之法用於子母，以子母之法用於疊數，無不可也。」<sup>89</sup>

第四十九條問答針對「方程」章。本章雖有10題，但是作者卻只用一則問答來說明解法，值得注意。所謂「方程之術」，趙泰考曰：「方程者，正負相減已而矣！知正負，然後之

---

柱體，求作一個圓錐體的意思。由於「方柱內容圓柱，則四分之三也。圓柱內容圓錐，則三分之一也。故圓錐為方柱四分之一也。」在取 $\pi=3$ 的情況下，趙泰考的上述推論是正確有效的。同理，針對「以圓柱作方錐」（亦即：從圓柱體求作內容方錐體），趙泰考之證明「方錐之於圓柱，九分之二也」，依然有效，當然也必須取 $\pi=3$ 。至於「立圓求積」（即球體積之計算），他則未能給出正確體積公式，並據以證明。不過，他倒是企圖分析原「九章」公式誤謬之原因。

<sup>85</sup> 同前註，頁164-166。

<sup>86</sup> 同前註，頁171。

<sup>87</sup> 同前註，頁172-173。

<sup>88</sup> 同前註，頁174。

<sup>89</sup> 同前註，頁176。



所以列位矣！知加減，然後知所以求實矣！」接著，他提出二、三、四、五色方程行與行之間的「對減」。由於「對減之際，又有正負損益消息之法」，因此，在本條第三段中，趙泰耆分別說明了「損益」與「消息」，最後歸結說：「既知正負，又知加減，則其於方正無難矣！」<sup>90</sup>

#### 四、「勾股」

第五十～五十七條問答針對「勾股」章。在第五十條中，趙泰耆利用兩個圖形來解釋本章題1-8的解法，其中包括了勾股定理，與譬如已知「勾弦和」，「勾弦較」，求股等等所謂的「勾股之術」。<sup>91</sup>針對「勾股容方」（本章題9）與「勾股容圓」（本章題12），趙泰耆分別「以圖明之」，不過，這兩個圖形都迥異於史家所還原的劉徽附圖，<sup>92</sup>它們很可能出自趙泰耆或其他朝鮮數學家的獨特創造。第五十三條問答是關於本章題10：「方城求面，以餘勾餘股求城之半面，何也？」趙泰耆不僅以圖形解說，而且還「以四率列之，其理尤明！」至於理論依據，則是「形之相似，故可以彼此相求也。」<sup>93</sup>

同樣的四率算法，也被趙泰耆運用來解「望海之題」（本章題16）。在第54條中，趙泰耆特別強調：「望海之術，全用勾股；而重表者，所以求勾股之本也。」這種以相似「勾股」而非以楊輝「勾中容方」來解釋「重差術」的方式，<sup>94</sup>當然呼應了他在本條最後一部份所訴諸的「四率」法。其實，在這一部份中，趙泰耆也轉述了楊輝的解釋，但也不忘指出：「此則與四率同其法理矣」。同時，由於「□其以小餘勾乘表間者，不以四率求之，則有不可得而知者，此愚所以不舉楊氏之論而直以四率言之者也。」<sup>95</sup>

第五十五～五十七條問答是針對〈勾股〉章最後一題，亦即第17、18題，其內容如下：已知三角形三邊長，求其面積。由於趙泰耆所提供的解法，涉及求一邊上的高之長，所以，

<sup>90</sup> 同前註，頁177-178。

<sup>91</sup> 同前註，頁179-180。趙泰耆所提供的兩個圖形不具一般性，而且他的論述並未脫離圖形之特定指涉，所以，他顯然並未有效地證明了勾股定理。不過，他只訴諸這兩個圖形，就同時為本章題1-8的解法，提供了合理的說明。

<sup>92</sup> 關於數學史家所認定的劉徽證法附圖，參考郭書春：《九章算術》，頁466-472。

<sup>93</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁183-185。

<sup>94</sup> 同前註，頁185。

<sup>95</sup> 同前註，頁188。□應補一字，但原文無法辨認。

利用第五十四條的「勾股之術」，自是很容易理解。<sup>96</sup>既然如此，在第五十五條問答中，趙泰耆就解釋了某一邊的高落在三角形內的情況（譬如銳角三角形）。萬一這樣的高落在形外（譬如鈍角三角形），趙泰耆也利用第五十六條問答，來說明其法理實質上並無不同。<sup>97</sup>不過，如果有人以不在形內的高是一種「虛設之數」，而認為求得之三角形面積不為「真數」，則趙泰耆又提供了第五十七條問答，來說明「其所用之法，所得之積，又皆真實而無妄矣！」<sup>98</sup>

## 五、〈九章問答〉的重點

根據〈九章問答〉所論述的各章幅度來看，顯然趙泰耆的「九章問答」重點是「方田」、「少廣」、「商功」與「勾股」等四章。也正是針對這四章的內容做註解，中國數學家劉徽充分地展現了不凡的數學才華。<sup>99</sup>劉徽的數學洞察力，在「率」概念上發揮得淋漓盡致，也因此得以統合「粟米」、「衰分」與「均輸」，乃至於《九章算術》的知識結構。<sup>100</sup>不過，這些畢竟只涉及比例性質，因此，趙泰耆大概認為引進「四率法」，就足以處理那些問題了。另一方面，趙泰耆在「盈朒」與「方程」兩章，也著墨不多，可見，他還不及把這些與代數有關的內容，關連到《算學啟蒙》所引進的「天元術」。至於他發揮最力的四章，無非是「面積」、「體積」、「開方」與「勾股」等相關公式之證明。儘管他未證明圓面積公式，也未提及「陽馬」、「鼃臠」等體積公式及其證明，後者是劉徽證明之後並據以建立他的體積理論之基礎，而且也被南宋楊輝收入他的《詳解九章算法》，但是，它是否傳入朝鮮，則不得而知。<sup>101</sup>不過，他的解法說明涉及無限概念及近似值（譬如：「開方不盡之命分」）時，或針對「方柱作圓錐或圓柱作方錐」等體積公式的證明，其嚴密度或合理性，還是足以證明他不愧是十八世紀初的一位東算代表人物。

其實，趙泰耆在算書中愛好論證的風格，與他大約同時代的中人算學者洪正夏、慶善徵

<sup>96</sup> 同前註，頁188-192。

<sup>97</sup> 同前註，頁191-192。

<sup>98</sup> 同前註，頁193。

<sup>99</sup> 參考郭書春：《古代世界數學泰斗劉徽》（臺北：明文書局，1995）。

<sup>100</sup> 參考郭書春：《古代世界數學泰斗劉徽》，頁139-182。

<sup>101</sup> 本文第二節提及趙泰耆可能熟悉楊輝算書，但是，這可能是指《楊輝算法》（1261）。

所呈現的解題算則進路，恰好形成非常鮮明的對比。同時，如果他沒有機會接觸楊輝的《詳解九章算法》，那麼，他的算理論證興趣，就很值得玩味了。這是因為本書包括了劉徽注、李淳風等註釋、賈憲細草以及楊輝詳解，是宋元時期算學書寫（包括李冶、秦九韶、朱世傑乃至於楊輝的其他算書）中，相當罕見的重視論理之例證。<sup>102</sup>因此，趙泰畤之推許法理，很有可能不是來自傳入的中國算書之影響了。或許他的數學觀，可以為我們提供一點線索吧！請緊接著參看本文第伍節的討論。

## 伍、〈九章問答〉中的數學觀

為了總結趙泰畤如何讀九章，請容許我們引述〈九章問答〉中的第五十七、五十八兩條。第五十七條內容如下：

或曰：數之為術，九章盡之矣！是外固無餘法乎？曰：凡籌書所有小數？法之贅，賸而不切者，愚悉掃去而不論矣！獨朱氏有立天元之法，西人有平三角、弧三角之法，皆創智而得其巧者也。然天元者，小（少）廣之演也；三角者，勾股之奧也，亦豈能舍九章而為法哉？曰：然則子何不於小廣勾股并論其法也。曰：言其法之所從來，則固由於小廣若勾股，然各有成書，自作一家，則其體例自別矣！且其法理深奧，為衍多方，有未易驟語而領悟者，必須九章貫通無疑，然後可進於此矣！<sup>103</sup>

其中，趙泰畤指出「九章」之外，還有朱世傑的天元術，以及西人的平面三角與球面三角，都是非常巧妙的創造。儘管如此，他仍然強調天元術是少廣術的延伸，而三角學則是勾股術中較深奧的部分，所以，這兩者都不能「舍九章而為法」。既然如此，何不在小廣、勾股中各自并論這兩種方法呢？趙泰畤認為它們各有成書、體例自別，所以，綜貫在一個架構之中，可能相當不便。更何況這些法理非常深奧，結構也相當複雜，無法「驟語而領悟」，必須以貫通九章作為先決條件才是。或許正因為如此，他才會那麼重視「九章」內容之學習了。

<sup>102</sup> 參考郭書春：《古代世界數學泰斗劉徽》，頁941-1043。我們還必須在此指出：宋元算家在面積或體積方面的研究，完全交了白卷，甚至陽馬與鼈臠之討論，也完全付諸闕如。因此，趙泰畤應該是未能見到劉徽的注，以及李淳風的注釋，以是正確的球體積公式，也就無從呈現了。

<sup>103</sup> 金容雲：《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》，頁193-194。

這應該也可以解釋何以在第五十八條中，趙泰奇說明他撰寫本書時為圖論說的不憚其煩，蓋「欲人易曉」故也：

或曰：吾乃今知吾子之深於數也，如扣鐘析理、如破竹，所以解剝其肯綮，發揮其理致者，瞭若指掌，無復餘蘊，可謂能矣！世之操六觚譚藝數者，皆將下風於子矣！曰：有是哉！子知所知也，未涉大方，而以余為能，真乃見溪流而不知有江河也。凡吾論說，類多掇拾，非有能深造而自得也。自知者觀之，不啻邈乎後矣，曷足稱道哉！雖然吾於此亦竭其兩端矣！欲人易曉，故說之不得不煩絮，說有未盡，故為圖不厭其重複。儻初學而不知向方者，得吾說而存之，亦是開發而可以訓致高明之域矣！<sup>104</sup>

總之，這兩條問答意在說明《籌書管見》著述之動機，以及體例安排之用意。無論如何，趙泰奇認為學習中國的「天元術」或西洋的平面、球面三角學之前，必須先貫通「九章算法」，殆無疑義。為了幫助「初學而不知向方者」習算，他「故說之不得不煩絮，說有未盡，故為圖不厭其重複」。

現在，讓我們考察趙泰奇如何通過「九章」，來呈現應該是頗具代表性的朝鮮「儒家明算者」之數學觀。請看趙泰奇的「夫子自道」一本書的「跋文」：<sup>105</sup>

數所以盡物變而居六藝之一。禮言十歲學書計，周官鄉大夫賓興賢能、藝班於德，行三代教法，概可知矣！是故孔門七十子，皆成德達材之士，而必稱身通六藝。孔子為委吏，亦曰會計，當而已矣！可見不通乎此，不足以成材而適用，顧豈可之而不講哉？！

以上這第一段文字，主要說明中國儒家一尤其是孔子一與數學的關係。雖然趙泰奇指出算學不過是儒家六藝罷了，但是，由於不通算學無法「成材而適用」，所以，算學不可不講求！既然如此，趙泰奇又鑑於朝鮮算學的落後，而且「學士不識乘除為何物」，遂撰此書，以作為倡導鼓吹之用，請看「跋文」第二段：

我東藝學鹵莽，於今為甚，世之學士不以為事或不識乘除為何物，其質質可慨也。沈君□而未弱冠，留意於此，患僻居無書，思有以啟發憤悱而不可得，餘乃為一冊子，粗述乘除諸法、九章諸問，載其切於日用、關於理致者，又恐初學徒得其法不知其理，則有行不著、習不察之患，於是作〈九章問答〉，演為圖說，以附其後，名之曰《籌書管見》，庶幾開卷有得，事半而功倍也。然此特其蹊逕戶牖耳，非以為足於此，而無用

<sup>104</sup> 同前註，頁194。

<sup>105</sup> 同前註，頁195-197。此一「跋文」出現於〈九章問答〉第六十條之後，由於其書寫與前者空了一行，所以，它顯然出自作者刻意安排，殆無疑問。

它求也。唯可因此權與博洽群書，融貫而會通焉耳。<sup>106</sup>

在「跋文」最後一段中，趙泰奇對中國宋儒程明道與朱熹之鄙視算學，提出了理直氣壯的批判：

既又思之君子之學為己而已，能恥一物之不格，欲得之於己，則錢穀甲兵莫非學也，一有徇外為人之心，則詩書禮樂，非虛偽也，只觀其存心如何耳。是以上蔡舉史成誦，而程子責之以玩物喪志；夫子有游藝之訓，而朱子釋之以玩物適情，一玩物也，得失殊歸，可不思其所以然之故哉！靜而試於餘力學問之暇、觀玩游泳於此，以適乎情而不為其所役，則所以防閑外誘、維持此心者，將見其得力矣！故或不然，而徒欲以一藝之能自多而目命，則是子夏所謂小道可觀，而致遠則泥者，非愚所以纂成是書之意也。戊戌菊秋素軒書。

趙泰奇在上引跋文中，提及（上蔡）謝良佐與程子（明道），讓我們自然地聯想到中國金元算學家李冶的類似自況。在〈測圓海鏡序〉中，李冶指出：「昔半山老人集唐百家詩選，自謂廢日力於此，良可惜！明道先生以上蔡謝君記誦為玩物喪志。夫文史尚矣，猶之為不足貴，況九九賤技能乎？」至於他的辯解，以他的學術與社會地位來說，則顯得十分謙卑：「由技兼於事者言之，夷之禮、夔之樂，亦不免為一技。由技進乎道者言之，石之斤、扁之輪，非聖人之所與乎？覽吾之編，察吾苦心，其憫我者當百數，其笑我者當千數。乃吾之所得，則自得焉耳，寧負為人憫笑計哉？」<sup>107</sup>此一「巧合」，是否表示李冶的《測圓海鏡》曾傳入朝鮮，則不得而知。無論如何，對趙泰奇來說，算學可以「防閑外誘、維持此心」，就值得讓吾人「操六觚譚藝藪」了。

總之，《籌書管見》雖然是為「初學者」而撰寫，然而，以〈九章問答〉這種不憚其煩地說理與論證之風格，恐怕所謂的「儒家明算者」都難以接受了，至於一般的「中人算學者」大概就更不必論矣！儘管如此，本書或許是朝鮮儒家學者在宋元理學影響下，表現在算學研究上的一種論述結構（discourse），那就是：算學可以協助吾人維持道德心。對於像趙泰奇這樣的「儒家明算者」而言，算學在「切於日用、開於理致」與「成材適用」之外，又關乎修身養性，那麼，研究它的「正當性」就確立了。

<sup>106</sup> □應補一字，但原文無法辨認。

<sup>107</sup> 引郭書春：《中國科學技術典籍通匯·數學卷一》，頁730-731。也參考洪萬生：〈全真教與金元數學—以李冶（1192-1279）為例〉，收入王秋桂主編，《金庸小說國際學術研討會論文集》（臺北：遠流出版公司，1999），頁67-84。

## 陸、結 論

除了《籌書管見》之外，趙泰耆是否還有其他的算學論述，我們還不得而知。不過，即使他只有這一部算學著作，我們已經足夠掌握他的數學觀。身為兩班階級的士大夫成員，趙泰耆進士及第之後，宦途雖屢有重大波折，但總是高居中央政府要職，所以，他的算學素養應該是自修而來的。至於其原始動機，大概也離不開儒家那一套游藝寄情！

儘管如此，我們從《籌書管見》的內容來看，可以斷定他對諸如《楊輝算法》、《算學啟蒙》與《詳明算法》等「中人學算者」的教科用書，一定相當熟悉才是。<sup>108</sup>這可以解釋《籌書管見》在內容與體例上，何以與上述三書有那麼多的相似性。再者，他應該也有機會接觸明末清初傳到中國的西算，儘管具體內容還無從得知，大概總不外乎是他自己所指稱的平面、球面三角。<sup>109</sup>這些與天文學息息相關的西方三角學，與他於1713年在肅宗宮廷中的奏言（請參看本文第貳節引文），是可以互相呼應的。因此，在本書中，趙泰耆一方面「粗述乘除諸法、九章諸問，載其切於日用、開於理致者」，另一方面，他又利用〈九章問答〉來督促初學者兼顧算法與算理。誠然，貫通「九章」是研讀中國「天元術」與西洋三角學的先備需求，至於他更期待的，無非是「因此權輿博洽群書，融貫而會通焉耳」！換句話說，他似乎也暗示了學習西算所必要的中西「算理」會通。

這種對「算理」的刻意強調，是否影響觀象監的「中人算學者」如許遠，我們還無從得知。不過，正如我們在上文第伍節所述，算學對趙泰耆來說，顯然擁有訓練心智與道德實踐的功能；從而，算學在儒家心性論中的知識位階，也獲得了最大幅度的提昇。<sup>110</sup>現在，算學仍然切於日用，然而，由於它的論理，所以，它也同時開展出了道德實踐的意義。於是，對於兩班士大夫來說，算學研究的「正當性」，已經無庸置疑了。這是趙泰耆留給東亞儒家

<sup>108</sup> 參考注16。

<sup>109</sup> 李朝仁祖二十二年（1644年），觀象監提調金墳奉使入燕，購得《崇禎曆書》。與趙泰耆同時代的李頤明，則曾研習利瑪竇、李之藻所合譯的《同文算指》。《籌書管見》中的「四率法」，或因此而來。參考李儼：〈從中國算學史上看中朝文交流〉，收入郭書春、劉鈍主編《李儼錢寶琮科學史全集》第八卷（瀋陽：遼寧教育出版社，2000），頁559-563。至於到十八世紀初，究竟有多少中譯西算傳入朝鮮，值得深入研究。

<sup>110</sup> 關於算學在儒家心性論中的位階，我們試以孔子為例來說明，參考拙文〈孔子與數學〉，收入洪萬生（1999a），頁1-14。

文化圈中，「算學對比儒學」最有意義的一筆遺產，只是十八世紀之後朝鮮算學家如何繼承，當然還有待我們繼續深入探索了。

## 徵引書目

### (一)專書

- 吳 輯，《朝鮮李朝實錄中的中國史料》(十)。北京：中華書局，1980年。
- 李成茂，《朝鮮初期兩班研究》。臺北：中華民國韓國研究學會，1996年。
- 李儼、杜石然，《中國古代數學簡史》。香港：商務印書館，1976年。
- 金容雲，《韓國科學技術史資料大系・數學篇(1)》。漢城：驪江出版社，1985年。
- 金容雲，《韓國科學技術史資料大系・數學篇(10)》。漢城：驪江出版社，1985年。
- 金容雲，《韓國科學技術史資料大系・數學篇(2)》。漢城：驪江出版社，1985年。
- 金容雲、金容局共著，《韓國數學史》(日文)。東京：楳書店，1978年。
- 洪萬生，《孔子與數學》修訂再版。臺北：明文書局，1999年。
- 紀志剛，《南北朝隋唐數學》。石家庄：河北科學技術出版社，1997年。
- 紀志剛，《孫子算經、張邱建算經、夏侯陽算經導讀》。武漢：湖北教育出版社，1999年。
- 梅榮照、李兆華，《算法統宗校釋》。臺北：九章出版社，1992年。
- 郭書春，《古代世界數學泰斗劉徽》。臺北：明文書局，1995年。
- 郭書春主編，《中國科學技術典籍通匯・數學卷一》。濟南：河南教育出版社，1993年。
- 郭書春譯注，《九章算術》。瀋陽：遼寧教育出版社，1998年。
- 靖玉樹編勘，《中國歷代算學集成》。濟南：山東人民出版社，1994年。
- 劉鈍、韓琦等編，《科史傳薪》。瀋陽：遼寧教育出版社，1997年。
- 蔡茂松：《韓國近世思想文化史》，臺北：東大圖書公司，1995年。
- 簡江作，《韓國歷史》。臺北：五南出版社，1998年。
- 藤塚鄰，《清朝文化東傳？研究：嘉慶・道光學壇？李朝？金阮堂》。東京：國學刊行會，



1975年。

## (二)期刊論文

- 川原秀城，〈東算と天元術—十七世紀中期至十八世紀初期の朝鮮數學〉，《朝鮮學報》第9輯(1998年)，頁35-71。
- 安止齋，〈詳明算法〉收入靖玉樹編勘，《中國歷代算學集成》(濟南：山東人民出版社，1994年)，頁1573-1619。又此版據日本內閣文庫藏明代洪武丑刻本影印出版。
- 朱世傑，〈算學啟蒙〉，收入靖玉樹編勘，《中國歷代算學集成》(濟南：山東人民出版社，1994年)，頁1316-1384。據日本收藏元代己亥(1299)趙城元鎮的初刻本影印。
- 朱世傑，〈算學啟蒙〉，據羅士琳校勘揚州刻本，同治十年江南機器製造局影寫重刊(1871年)。
- 李伯春，〈漢字區的數學交流〉，收入李迪主編，《數學史研究文集》第四輯(呼和浩特：內蒙古大學出版社；臺北：九章出版社，1993年)，頁68-74。
- 李冶，〈測圓海鏡〉，收入郭書春，《中國科學技術典籍通匯·數學卷一》(濟南：河南教育出版社，1993年)，頁729-869。
- 李儼，〈中算輸入日本的經過〉。收入郭書春、劉鈍主編，《李儼錢寶琮科學史。全集》第八卷(瀋陽：遼寧教育出版社，2000年)，頁539-558。
- 李儼，〈從中國算學史上看中朝文交流〉，收入郭書春、劉鈍主編，《李儼錢寶琮科學史全集》第八卷(瀋陽：遼寧教育出版社，2000年)，頁559-563。
- 金虎俊，〈九章算術、綴術與朝鮮半島古代數學教育〉，收入李迪主編，《數學史研究文集》第四輯(呼和浩特：內蒙古大學出版社，1993年)，頁64-67。
- 金虎俊，〈歷史上的中國天算在朝鮮半島的傳播〉，《中國科技史料》第十六卷第四期(1995年)，頁3-7。
- 金容雲，〈泛範式與李朝數學〉，收入劉鈍、韓琦等編，《科史傳薪》(瀋陽：遼寧教育出版社，1997年)，頁185-200。本文由郝劉祥譯自Kim Yong Woon, "Pan-paradigm and Korean Mathematics in the Choson Dynasty", *Korea Journal*, March 1986。
- 洪正夏，〈九一集〉(寫本)，收入金容雲，《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》(漢城：驪江出版社，1985年)，頁201-693。

洪萬生，〈《無異解》中的三案初探：一個HPM的觀點〉，《科學教育學刊》第八卷第三期（2000年），頁215-224。

洪萬生，〈十八世紀東算與中算的一段對話：洪正夏vs.何國柱〉投稿中。

洪萬生，〈全真教與金元數學—以李冶（1192-1279）為例〉。收入王秋桂主編，《金庸小說國際學術研討會論文集》（臺北：遠流出版公司，1999年），頁67-84。

楊輝，〈詳解九章算法〉，1993，收入郭書春，《中國科學技術典籍通匯·數學卷一》（濟南：河南教育出版社，1993年），頁949-1043。

趙泰耆，〈籌書管見〉寫本，1985，收入金容雲，《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》（漢城：驪江出版社，1985年，頁1-199）。

慶善徵，〈默思集算法〉（寫本），收入金容雲，《韓國科學技術史資料大系·數學篇(2)》（漢城：驪江出版社，1985年），頁1-368。

### (三)西文資料

Kim Yong-Woon, "Introduction to Korean Mathematical History (I)", *Korea Journal*, July : 16- 23, 1973.

Kim Yong-Woon, "Introduction to Korean Mathematical History (II)", *Korea Journal*, August : 27-32, 1973.

Kim Yong-Woon, "Introduction to Korean Mathematical History (III)", *Korea Journal*, September : 35-39, 1973.

Kim Yong Woon, "Pan-paradigm and Korean Mathematics in the Choson Dynasty", *Korea Journal*, March : 25-46, 1986.

Kim Yun Sik, "Problems and Possibilities in the Study of the History of Korean Science", *Osiris* 13 : 48-79, 1998.

Lee, Ki-baik, *A New History of Korea*. Cambridge, Massachusetts / London : Harvard University Press, 1984.

Li Wenlin, Xu Zelin and Feng Lisheng, "Mathematical Exchanges between China and Korea", *Historia Scientiarum* 9-1 : 73-83, 1999.

Martzloff, Jean-Claude, *A History of Chinese Mathematics*. New York / Berlin / Heidelberg: Springer

-Verlag,1997.

Montgomery, Scott L, *Science in Translation : Movements of Knowledge through Cultures and Time*.  
Chicago / London : The University of Chicago Press, 2000.

Pak Song-Nae, "Western Science and Shihak Scholars", *Korea Journal*, March : 4-24,1986.

Park Song-Rae "History of Science in Korea : A Survey", *Korea Journal*, July : 4-8,1990.